

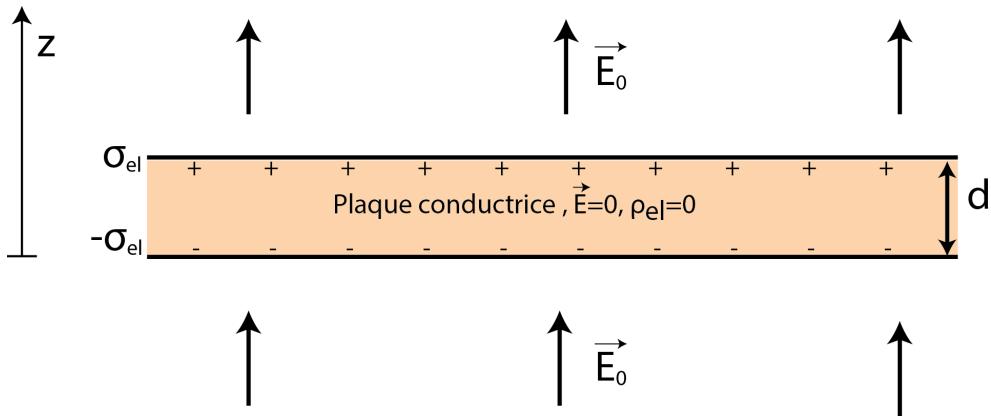
Série 9

Exercice 1: Intégrales curvilignes

Étudiez les notes complémentaires sur les intégrales curvilignes mises à disposition sur moodle.

Exercice 2: Une autre manière de déterminer ϕ

Dans le cours, nous avons vu que si on place une plaque conductrice infinie et non-chargée dans un champ électrique uniforme \vec{E}_0 (avec la normale de la plaque parallèle à \vec{E}_0), une densité de charge de surface σ_{el} se forme par influence sur la plaque, où $\sigma_{el} = \epsilon_0 E_0$.



À partir de cela, nous avons déterminé, dans le cours, le potentiel électrostatique Φ partout dans l'espace avec la relation :

$$\Phi(B) - \Phi(A) = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1)$$

- (a) Utiliser ici la relation différentielle $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$ pour déterminer Φ à partir de \vec{E} par intégration. On suppose que $\Phi = 0$ à $z = 0$.
- (b) Faire un schéma de la situation et indiquer les lignes de champ de \vec{E} ainsi que les surfaces équipotentielles.

Exercice 3: Effet de pointe

On considère un conducteur sphérique de rayon R et de charge Q .

- (a) Utilisez la loi de Gauss pour trouver le champ \vec{E} en tout point de l'espace.
- (b) Calculez le potentiel électrostatique partout dans l'espace en utilisant la relation suivante, vue en cours :

$$\phi(B) - \phi(A) = - \int_{A \rightarrow B} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Choisissez la constante libre du potentiel telle que $\phi(\vec{r}) \rightarrow 0$ quand $\vec{r} \rightarrow \infty$.

- (c) On suppose maintenant que ce conducteur sphérique est maintenu à un potentiel V fixé, par exemple à l'aide d'une pile électrique. Exprimez le champ électrique à la surface de la sphère en fonction de R . Qu'est ce vous constatez si $R \rightarrow 0$?

Exercice 4: Principe du générateur de Van de Graaff (examen 2017)

On considère un conducteur sphérique de rayon interne b et de rayon externe c . Le conducteur est

isolé et porte une charge $Q_1 > 0$. Au centre de celui-ci, on place un conducteur sphérique de rayon a , avec $a < b$. Ce conducteur est isolé et porte une charge $Q_2 > 0$.

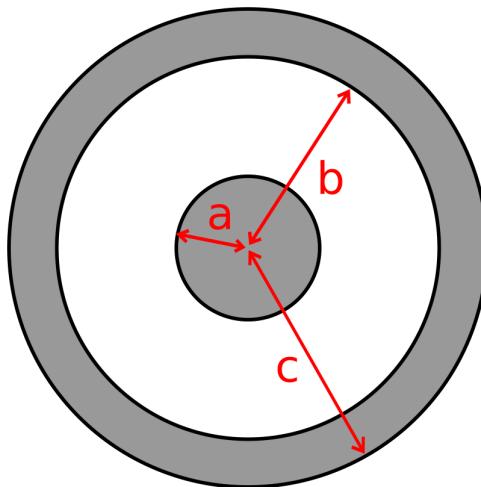


Figure - Les conducteurs l'un dans l'autre

- Dessinez qualitativement la situation en régime statique, en indiquant la direction et le sens du champ électrique \vec{E} et la répartition des charges.
- Déterminez \vec{E} dans tout l'espace.
- Déterminez la densité de charge de surface sur les deux conducteurs.
- Quelle est la différence de potentiel électrostatique entre les deux conducteurs ?
- On relie les deux conducteurs par un fil conducteur. Après avoir attendu un temps suffisamment long pour atteindre une situation statique, quelle sera la nouvelle répartition des charges ? Justifiez votre réponse.

Exercice 5: Visualisation du champ électrique avec la simulation Comsol

Accédez la simulation Comsol de deux conducteurs au lien suivant (accès avec votre login Gaspar) : <http://sbcomsol.intranet.epfl.ch:2036/>. L'utilisation d'un VPN est nécessaire pour y accéder en dehors de l'EPFL.

Familiarisez-vous avec la simulation *Electrostatique : deux métaux chargés - cage de Faraday*. Suivez les instructions pour changer la forme et la charge de chaque conducteur, et puis pour visualiser le champ électrique et le potentiel électrostatique générés par ces conducteurs chargés.

Dans cet exercice nous allons visualiser le champ électrique dû aux deux conducteurs de formes et charges différentes, et nous verrons certains effets électrostatiques.

- Changez la dimension et la charge du cylindre pour le rendre négligeable. Modifiez le rayon de la barre creuse de section carrée pour lui donner la forme d'un tube circulaire :
 - Cylindre :
 - Rayon = 0.1 cm,
 - Position $x = -9$ cm,
 - Charge C1 = 0 C/m,

— Barre carrée

— Rayon de courbure des coins = 2 cm,

— Charge $C_1 = -0.4 \mu\text{C}/\text{m}$.

Notez la forme du champ électrique à l'extérieur du tube, à l'intérieur du tube et dans le conducteur. Convainquez-vous, en particulier, que le champ électrique est en effet purement radial.

- (b) Revenez à la configuration de la barre carrée en mettant le rayon de courbure des coins à zéro. Notez maintenant la forme du champ électrique. Ce que vous observez est l'effet de pointe.
- (c) Inversez les charges des deux conducteurs pour rendre la barre carrée de charge zéro et pour que le cylindre agisse comme une charge ponctuelle. Expliquez la forme du champ électrique à l'intérieur de la barre carrée creuse.
- (d) Maintenant placez la charge ponctuelle à l'intérieur de la barre carrée creuse en mettant la position x à zéro. Expliquez la forme du champ électrique à l'extérieur du carré creux.

Exercice 6: D'où vient l'énergie ?

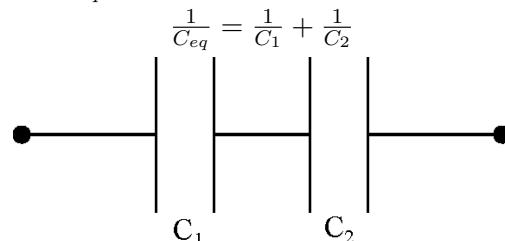
On considère un condensateur plan de surface A . Les deux plaques sont séparées par une distance d . Le condensateur porte une charge q isolée. Quelle est l'énergie stockée dans ce condensateur ?

On écarte maintenant ses plaques d'une distance supplémentaire d . Ainsi la séparation entre les plaques est de $2d$. Quelle est l'énergie du condensateur dans cette nouvelle configuration ?

Expliquez cette variation d'énergie.

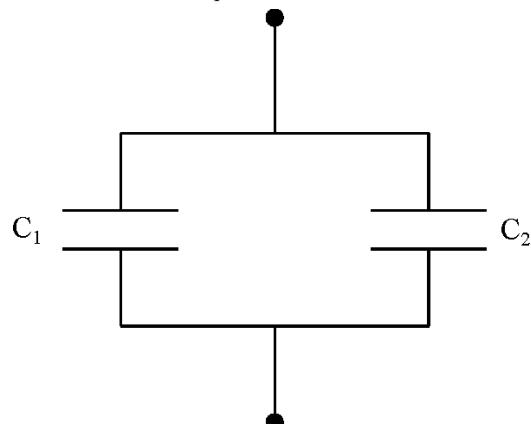
Exercice 7: Condensateurs en série et en parallèle

- (a) Montrez que deux condensateurs en série de capacité C_1 et C_2 peuvent être remplacés par un seul condensateur de capacité C_{eq}



- (b) Montrez que si les deux condensateurs sont mis en parallèle, alors ils peuvent être remplacés par un condensateur de capacité C_{eq} .

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$



Généralisez les deux cas pour n condensateurs de capacité C_1, \dots, C_n .